جلسه دوم از سلسله جلسات آشوب به میزبانی آزمایشگاه ملی نقشه برداری مغز ایران

مشهد – خیابان دانشگاه – خیابان اسرار – دانشگاه بین المللی امام رضا(ع) – آزمایشگاه سیستمهای سیبرنتیکی
تلفن: ۳۸۰۴۱ داخلی ۱۱۶۸
ایمیل: g.sadeghi@imamreza.ac.ir

بسم الله الرحمن الرحيم

تحلیل سیگنال EEG با استفاده از معیارهای کمی سازی آشوب

(مفاهیم و پیاده سازی در متلب)

مرکز تحقیقات فناوریهای زیستی و سلامت دانشگاه بین المللی امام رضا(ع)

گروه مهندسی پزشکی

سخنران: دکتر قاسم صادقی بجستانی

با تشکر از همکاری دکتر رضا یعقوبی کریموی

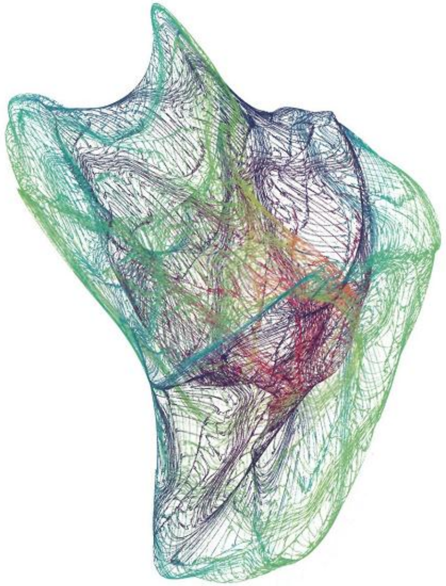
چند سوال مهم که در این وبینار به آنها پاسخ خواهیم داد

۱. تفاوت نگاه کل نگر و جزء نگر در تحلیل سیگنالهای حیاتی چیست؟
۲. چرا باید آشوب را کمی سازی کنیم؟
۳. رویکردهای کمی سازی آشوب چیست و با هم چه تفاوتی دارند؟
۴. مفهوم نمای لیاپانوف چیست؟
۵. چگونه می توان نمای لیاپانوف را برای یک سیستم یا سیگنال پیاده سازی کرد.
۶. مفهوم بعد همبستگی چیست؟
۷. تفاوت مفهومی بعد همبستگی و نمای لیاپانوف در چست؟

علل کمی سازی آشوب

- تشخیص رفتار آشوبی از نویز
- تعیین تعداد متغیرهای لازم برای مدل کردن دینامیک سیستم
- تقسیم سیستمها به کلاسهای جهان شمول
- تغییر در کمی سازهای آشوب می تواند به تغییرات مهمی در رفتار دینامیک سیستم مرتبط باشد.

رویکردهای کمی سازی آشوب



- **تاکید بر دینامیک زمانی در رفتار آشوبی**
  - چگونه سیستم در طول زمان تکامل می یابد.
  - با گذشت زمان چه اتفاقی برای تراژکتوریهای نزدیک به هم می افتد.
  - نمای لیاپانوف، آنتروپی از این دسته اند.
- **تاکید بر طبیعت هندسیِ تراژکتوری در فضای حالت**
  - مطالعه هندسه تراژکتوریهای حاصل از تکامل سیستم در دوره زمانی طولانی در فضای حالت
  - آیا تراژکتوری به سطح محدودی در فضای حالت محدود میگردد؟
  - آیا سطح را کاملا پوشش میدهد؟

معیارهای کمی سازی آشوب

- قطع پوآنکاره (Poincaré Section)
- نمای لیاپانوف (Lyapunov Exponent)
- بعد همبستگی (Correlation Dimension)
- بعد فرکتال (Fractal Dimension)
- آنتروپی (Entropy)

نمای لیاپانوف

- نمای لیاپانوف بر اصل Nearby Divergence در سیگنال های آشوبی استوار است
- **نمای لیاپانوف برای یک سیستم با رابطه معین**

$$\boxed{d_n \equiv \left|f^{(n)}(x_0+\varepsilon)-f^{(n)}(x_0)\right|}$$

$$\frac{d_n}{\varepsilon}=\frac{\left|f^{(n)}(x_0+\varepsilon)-f^{(n)}(x_0)\right|}{\varepsilon}\equiv e^{\lambda n}$$

$$\boxed{\lambda=\frac{1}{n}\ln\left(\frac{\left|f^{(n)}(x_0+\varepsilon)-f^{(n)}(x_0)\right|}{\varepsilon}\right)}$$

g.sadeghi@imamreza.ac.ir

$$\lambda=\frac{1}{n}\ln\left(\left|f'(x_0)\right|\left|f'(x_1)\right|\ldots\left|f'(x_{n-1})\right|\right)$$

$$\boxed{\lambda=\frac{1}{n}\left(\ln\left|f'(x_0)\right|+\ln\left|f'(x_1)\right|+\ldots+\ln\left|f'(x_{n-1})\right|\right)}$$

پیاده سازی نمای لیاپانوفِ سیستم با رابطه معین (نگاشت لاجَستیک)

$$x_{n+1} = f(x_n)$$
$$x_{n+1} = rx_n(1 - x_n)$$
$$\acute{f}(x_n) = r - 2rx_n$$

پیاده سازی نمای لیاپانوفِ سیستم با رابطه معین (نگاشت لاجَستیک)

```
lyap=zeros(1,1000);
j=0;
for(r=3:0.001:4)
    xn1=rand(1);
    lyp=0;
    j=j+1;
    for(i=1:10000)
        xn=xn1;
        %logistic map
        xn1=r*xn*(1-xn);
       %wait for transient
       if(i>300)
           % calculate teh sum of logaritm
           lyp=lyp+log(abs(r-2*r*xn1));
       end
    end
    %calculate lyapun
    lyp=lyp/10000;
    lyap(j)=lyp;
end
r=3:0.001:4;
plot(r,lyap);
```

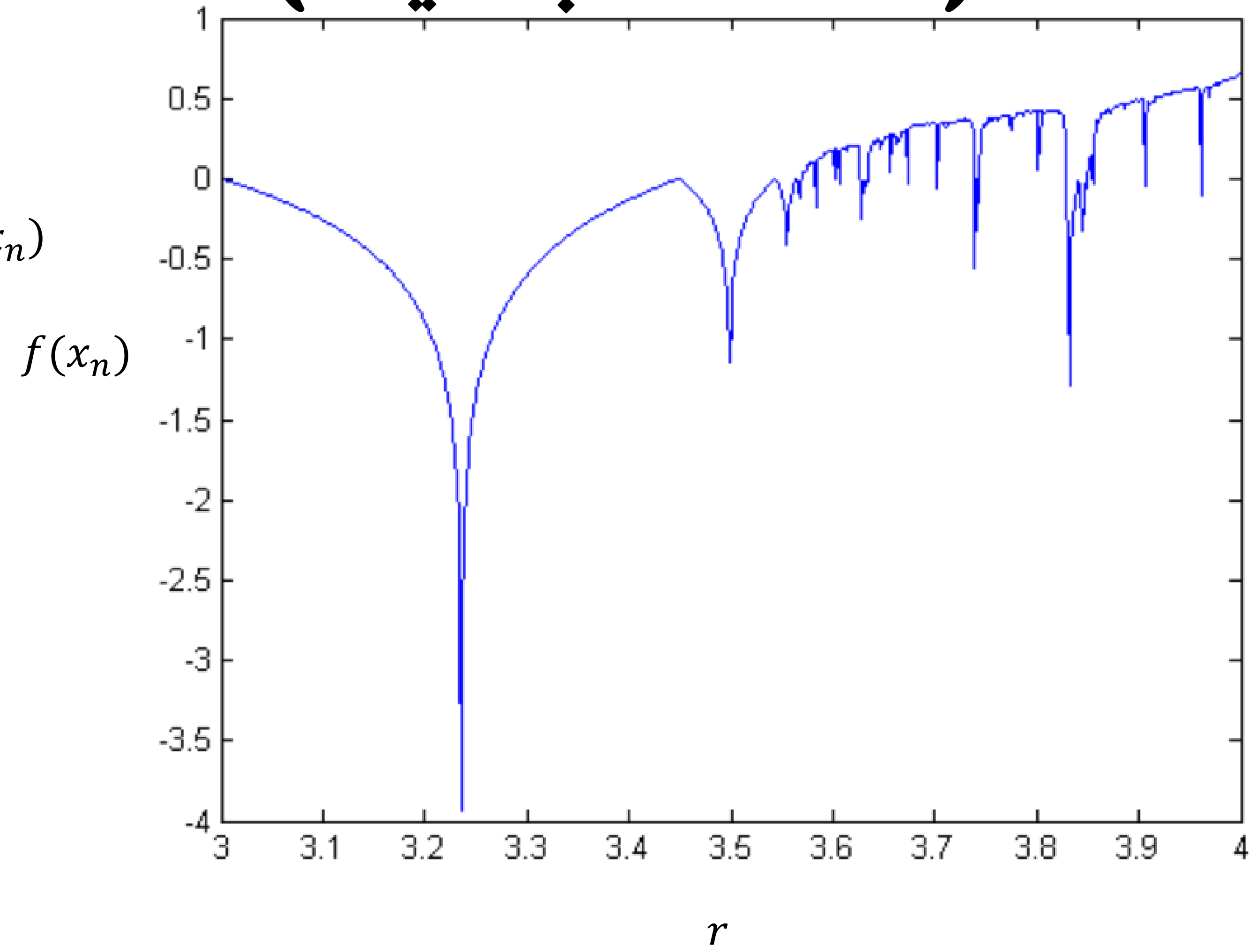
$$\lambda = \frac{1}{n}\left(ln\left|\acute{f}(x_0)\right| + ln\left|\acute{f}(x_1)\right| + \cdots + ln\left|\acute{f}(x_{n-1})\right|\right)$$

$$\acute{f}(x_n) = r - 2rx_n$$

پیاده سازی نمای لیاپانوف برای سیستم با رابطه معین (نگاشت لاجستیک)

$$x_{n+1} = f(x_n)$$

$$x_{n+1} = r x_n (1 - x_n)$$



محاسبه نمای لیاپانوفِ سیگنال (الگوریتم کانتز)

ELSEVIER

31 January 1994

PHYSICS LETTERS A

Physics Letters A 185 (1994) 77–87

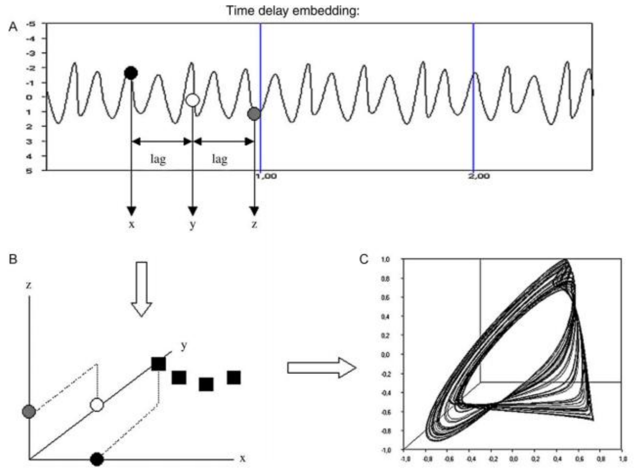
A robust method to estimate the maximal Lyapunov exponent of a time series

Holger Kantz

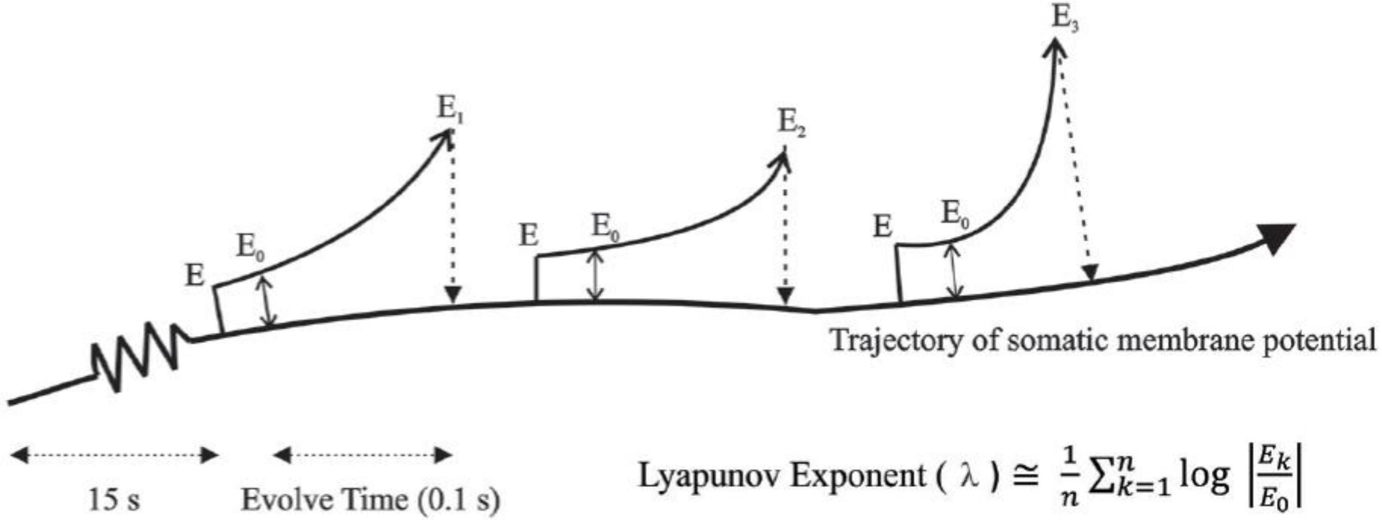
Fachbereich Physik, Universität Wuppertal, Gauss-strasse 20, 42097 Wuppertal, Germany

Received 31 March 1993; revised manuscript received 23 November 1993; accepted for publication 6 December 1993
Communicated by A.P. Fordy

پیاده سازی مقاله نمای لیاپانوف کانتز



۱. بازسازی فضای فاز
۲. یافتن تراژکتوریهای نزدیک به هم
۳. نسبت فاصله تراژکتوری در زمان τ به فاصله اولیه
۴. متوسط گیری روی تمام حالات



پیاده سازی مقاله نمای لیاپانوف کانتز

```
clear;clc;close all
%% Load data
load('Data.mat');
x = x(1:1000);
subplot(3,2,1:2);plot(x)
xlabel('Sample')
ylabel('x')
%% Set the parameters
m = 2;    % Embedding dimension
T = 10;   % Time delay
e = 0.1*max(x); % Epsilon threshold
P = 30;   % The length of trajectory piece
%% Compute Lyapunov exponents with the linear divergence based on the Kantz method
subplot(3,2,3:6);
LE = KantzLyapunovExponents(x,m,T,e,P);
```

```
function LE = KantzLyapunovExponents(x,m,T,e,P)
%% Rosenstein-Kantz Algorithm
% x : Time series
% m : Embedding dimension
% T : Time delay
% e : Epsilon threshold
% P : The length of trajectory piece
% LE : Lyapunov Exponents with the linear divergence
%% Reconstruct the phase space by using the delay phases based on Taken method
[Y,L] = EmbeddingSpace(x,m,T);          ❶
Tau = 1:P;
for tau = Tau % loop for averaging on all of the states in ecuation s(n,tau)
    for n = 1:L-tau % loop for sweeping the states of main trajectory
        %% Find all of the states near by the state n based on the epsilon threshold
        distance = sqrt(sum((Y-repmat(Y(n,:),size(Y,1),1)).^2,2));
        nearestneighbor = distance<e;
        nearestneighbor(distance==0) = 0;
        nearestneighbor = find(nearestneighbor==1);
        nearestneighbor(nearestneighbor>=(L-tau)) = [];
        %% Compute the ratio of Euclidean distances
        d0 = sqrt(sum((repmat(Y(n,:),length(nearestneighbor),1)-Y(nearestneighbor,:)).^2,2));
        dtau = sqrt(sum((repmat(Y(n+tau,:),length(nearestneighbor),1)-Y(nearestneighbor+tau,:)).^2,2));
        s(n,tau) = mean(dtau./d0);
    end
    %% Average on the columns of s(n,tau) matrix
    x = s(:,tau);
    x(isnan(x)==1) = [];
    S(tau) = mean(x);
end
```

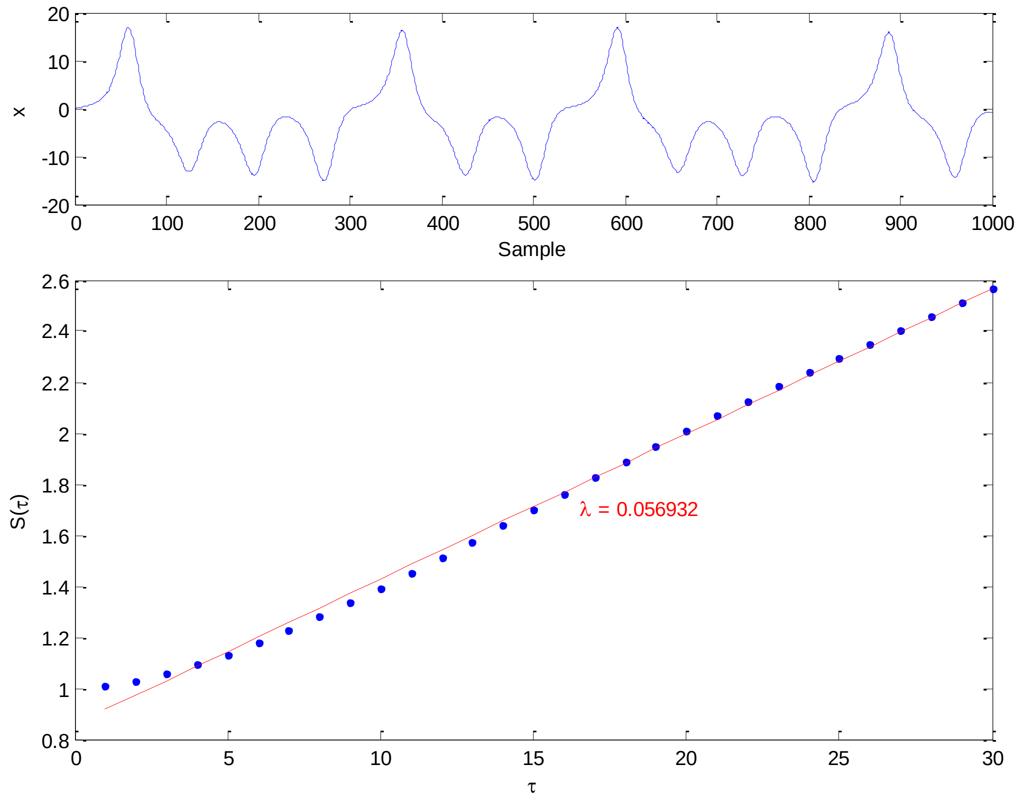
```matlab
function LE = KantzLyapunovExponents(x,m,T,e,P)
%% Rosenstein-Kantz Algorithm
% x : Time series
% m : Embedding dimension
% T : Time delay
% e : Epsilon threshold
% P : The length of trajectory piece
% LE : Lyapunov Exponents with the linear divergence
%% Reconstruct the phase space by using the delay phases based on Taken method
[Y,L] = EmbeddingSpace(x,m,T);
Tau = 1:P;
for tau = Tau % loop for averaging on all of the states in ecuation s(n,tau)
    for n = 1:L-tau % loop for sweeping the states of main trajectory
        %% Find all of the states near by the state n based on the epsilon threshold
        distance = sqrt(sum((Y-repmat(Y(n,:),size(Y,1),1)).^2,2));
        nearestneighbor = distance<e;
        nearestneighbor(distance==0) = 0;
        nearestneighbor = find(nearestneighbor==1);
        nearestneighbor(nearestneighbor>=(L-tau)) = [];
        %% Compute the ratio of Euclidean distances
        d0 = sqrt(sum((repmat(Y(n,:),length(nearestneighbor),1)-Y(nearestneighbor,:)).^2,2));
        dtau = sqrt(sum((repmat(Y(n+tau,:),length(nearestneighbor),1)-Y(nearestneighbor+tau,:)).^2,2));
        s(n,tau) = mean(dtau./d0);
    end
    %% Average on the columns of s(n,tau) matrix
    x = s(:,tau);
    x(isnan(x)==1) = [];
    S(tau) = mean(x);
end
```

```
    %% Average on the columns of s(n,tau) matrix
    x = s(:,tau);
    x(isnan(x)==1) = [];
    S(tau) = mean(x);
end
%% Estimate the slope of S curve as the Lyapunov Exponents with the linear divergence
[LE,b] = LSE(Tau,S);
%% plot the S curve
plot(Tau,S,'.')
xlabel('\tau');hold on
ylabel('S(\tau)')
plot(Tau,LE*Tau+b,'r')
text(Tau(fix(length(Tau)/2))+0.05*P,LE*Tau(fix(length(Tau)/2))+b,['\lambda = ',num2str(LE)],'Color','r')
end
```

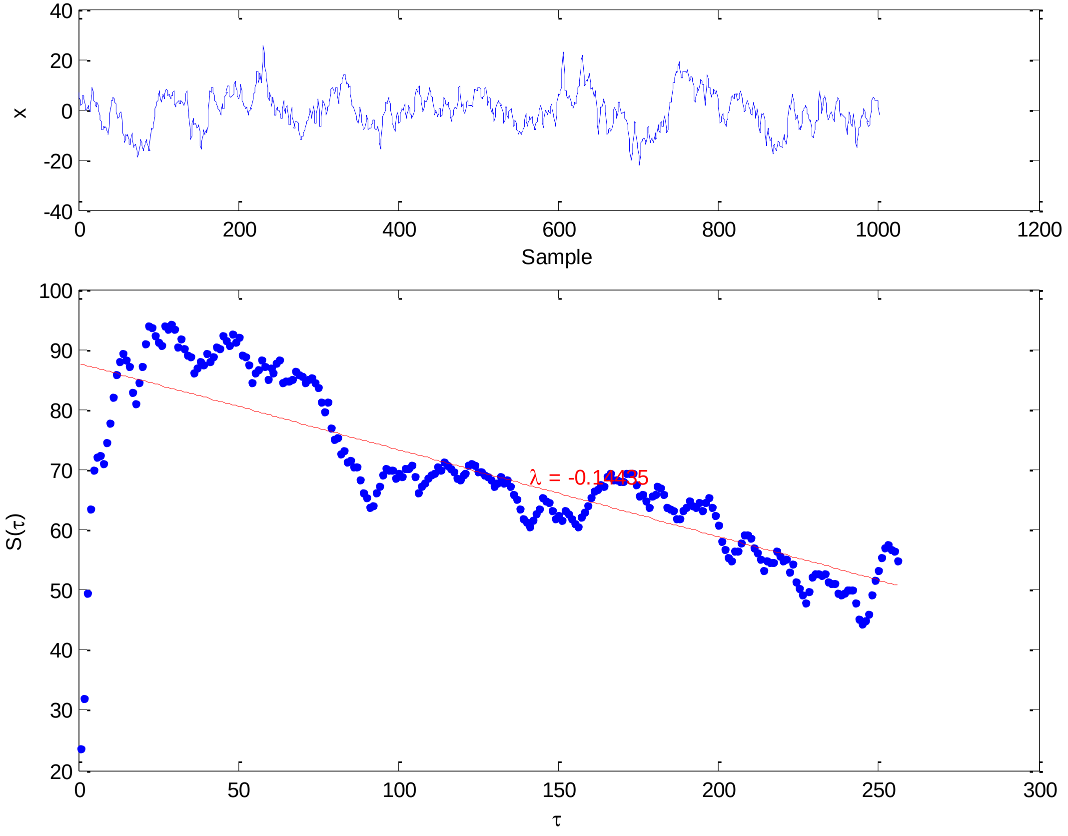
❶

```
function [Mi,L] = EmbeddingSpace(y,m,T)
% x : Time series
% m : Embedding dimension
% T : Time delay
N = length(y); % The length of time series
L = N-(m-1)*T; % The length of each phase
for i = 1:m
    Mi(:,i) = y((i-1)*T+1:(i-1)*T+L);
end
end
function [a,b] = LSE(x,y)
N = size(x,2);
a = [N*x*y'-sum(x)*sum(y)]/[N*sum(x.^2)-sum(x)^2];
b = [sum(x.^2)*sum(y)-x*y'*sum(x)]/[N*sum(x.^2)-sum(x)^2];
end
```

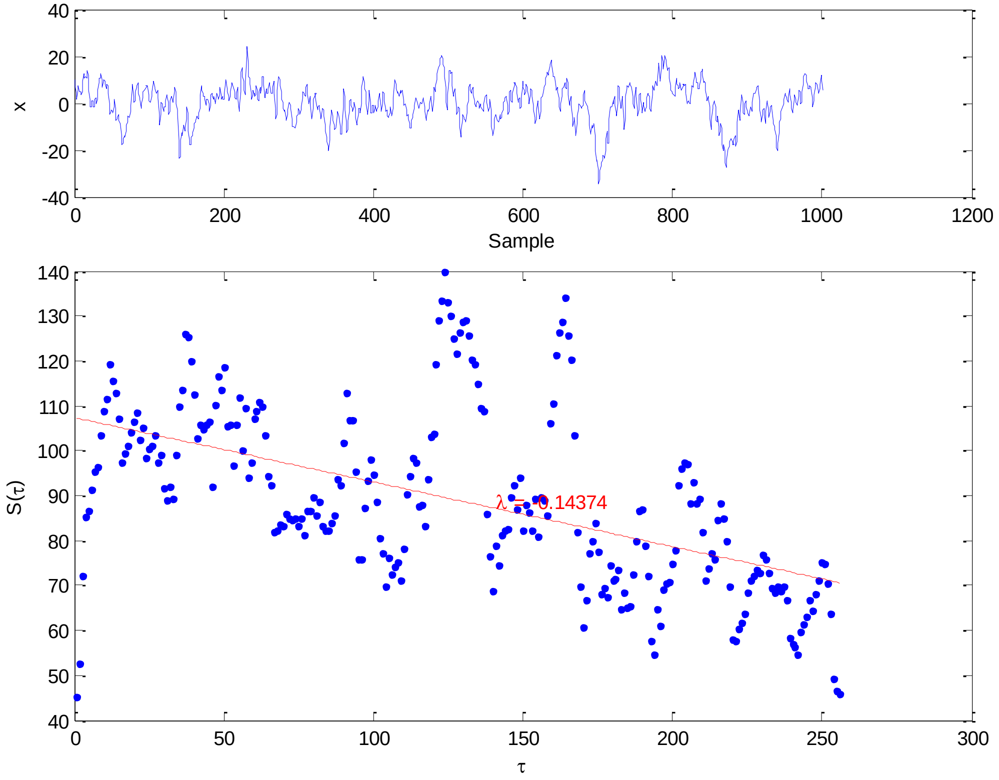
```
clear;clc;close all
%% Load data
load('Data.mat');
x = x(1:1000);
subplot(3,2,1:2);plot(x)
xlabel('Sample')
ylabel('x')
%% Set the parameters
m = 2;   % Embedding dimension
T = 10;  % Time delay
e = 0.1*max(x); % Epsilon threshold
P = 30;  % The length of trajectory piece
%% Compute Lyapunov exponents with the linear divergence based on the Kantz method
subplot(3,2,3:6);
LE = KantzLyapunovExponents(x,m,T,e,P);
```



C_4



C_3



بعد همبستگی

- در اینجا بعد همبستگی برای سیگنال یک بعدی (مثل EEG)در نظر خواهیم گرفت.
- اجازه میدهیم تراژکتوری روی جاذب برای مدت طولانی تکامل یابد و N نقطه از تراژکتوری جمع آوری شود.
- برای هر نقطه (مثل نقطه i) این سوال پرسیده شود که: تعداد نقاطی که در فاصله R از این نقطه هستند چند تا است که با $N_i(R)$ نشان می دهیم.
- فراوانی نقاطی که در فاصله R از نقطه i هستند که با $p_i(R)$ نمایش می دهیم.

$$p_i(R) = \frac{N_i}{N-1}$$

- جمع همبستگی به صورت زیر تعریف میگردد:

$$C(R) = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} p_i(R)$$

بعد همبستگی

- رابطه نهایی بعد همبستگی

$$C(R) = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} p_i(R)$$

$$p_i(R) = \frac{1}{N}\sum_{j=1, j\neq i}^{N} \Theta\left(R - \left|x_i - x_j\right|\right)$$

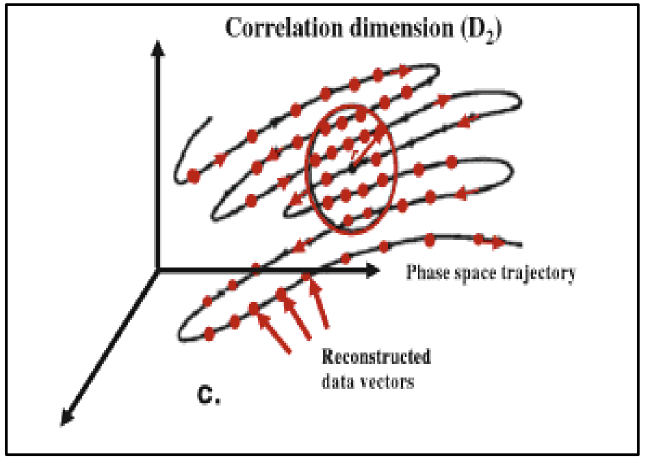
$$\Theta(x) = 0 \qquad x < 0$$

$$\Theta(x) = 1 \qquad x \geq 0$$

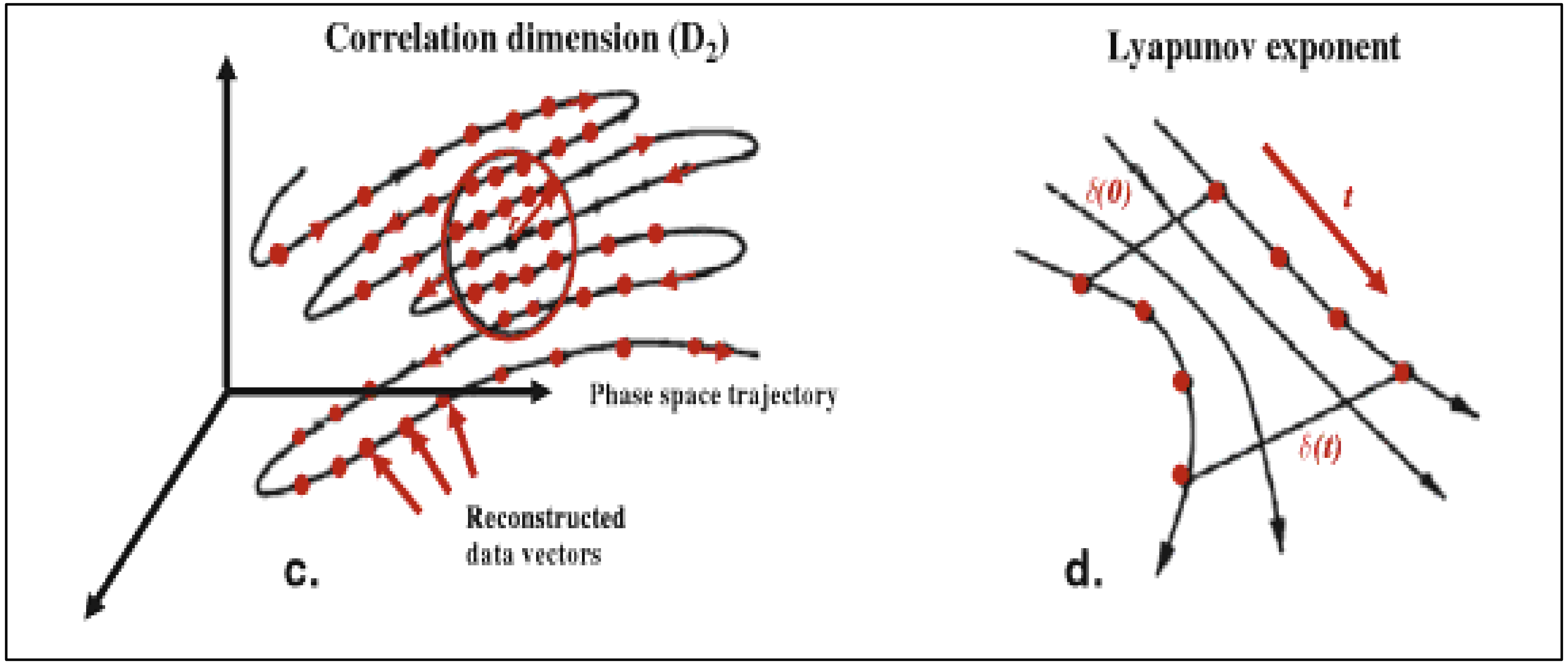
$$C(R) = \frac{1}{N(N-1)}\sum_{i=1}^{N}\sum_{j=1, j\neq i}^{N} \Theta\left(R - \left|x_i - x_j\right|\right)$$

$$C(R) = \lim_{R\to 0} K R^{D_c}$$

$$D_c = \lim_{R\to 0}\frac{\log(C(R))}{\log(R)}$$

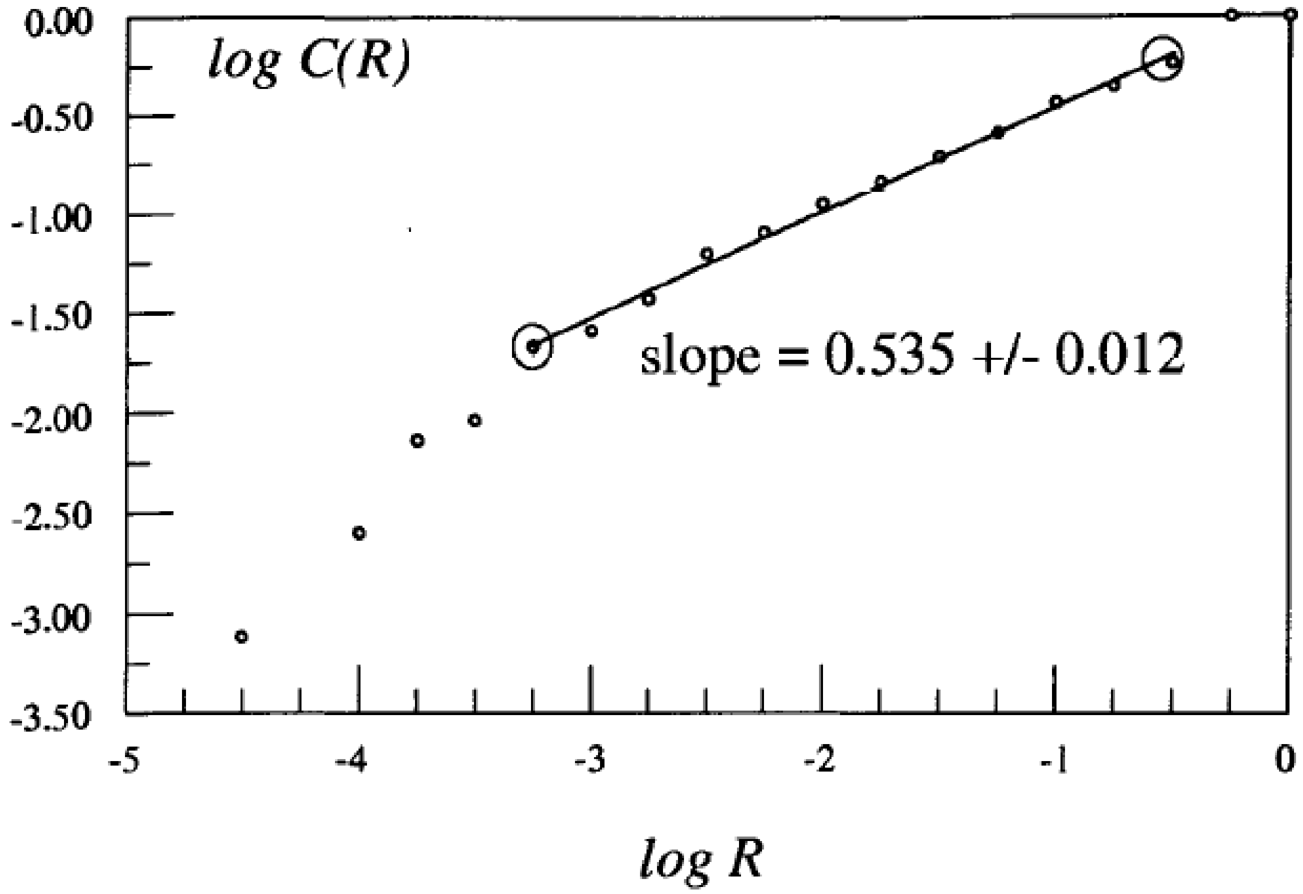


مقایسه بعد همبستگی و نمای لیاپانوف



```matlab
function CD = CorrelationDimension(x,varargin)
%%
%       x: Input signal
%       varargin{1} = StepR: Step of the Interval time (default = 0.1)
%       CD: Correlation Dimension of the input signal
%%
if nargin == 1
    StepR = 0.01;
else
    StepR = varargin{1};
end
R = 10.^(-1.6:StepR:-0.0001);
for k = 1:length(R)
    b = 0;
    N = length(x);
    for i = 1:N
        j = 1:N;
        j(i) = [];
        a = sum(heaviside(R(k)-abs(x(i)-x(j))));
        b = b+a;
    end
    C(k) = log10(b/(N*(N-1)));
end
plot(log10(R),C,'o')
CD = LSE(log10(R),C);
end
%% fitting
function [a,b] = LSE(x,y)
N=size(x,2);
a=[N*x*y'-sum(x)*sum(y)]/[N*sum(x.^2)-sum(x)^2];
b=[sum(x.^2)*sum(y)-x*y'*sum(x)]/[N*sum(x.^2)-sum(x)^2];
end
```

$$C(R) = \frac{1}{N(N-1)} \sum_{i=1}^{N} \sum_{j=1, j \neq i}^{N} \Theta(R - |x_i - x_j|) \qquad (9.8\text{-}4)$$



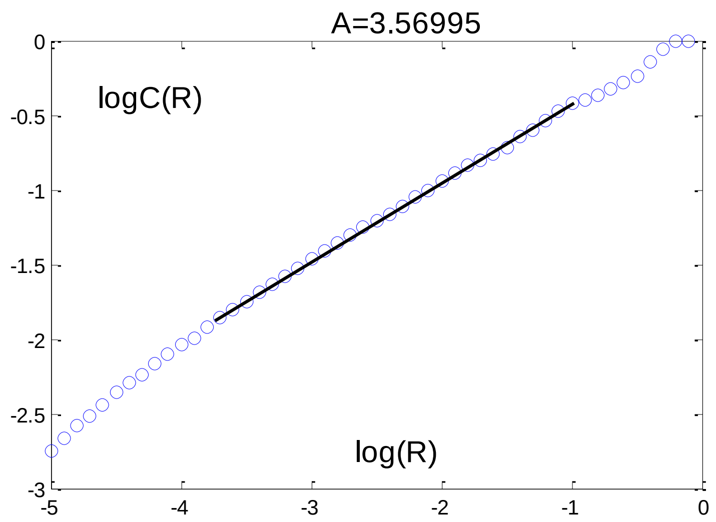


Fig. 9.9. A plot of log $C(R)$ as a function of log R for the logistic map trajectories with A = 3.56995. One hundred data points were used in the analysis. For large values of R the finite size of the attractor makes $C(R)$ "saturate" at 1. For small values of R, the finite number of data points causes ln $C(R)$ to become very negative, which occurs at an R value given roughly by the size of the attractor (given by the range of x values) divided by the number of data points. The intermediate region, in which the curve is approximately a straight line (bounded in the figure by the circled points), is called the *scaling region*. The slope in the scaling region gives the correlation dimension D_c.

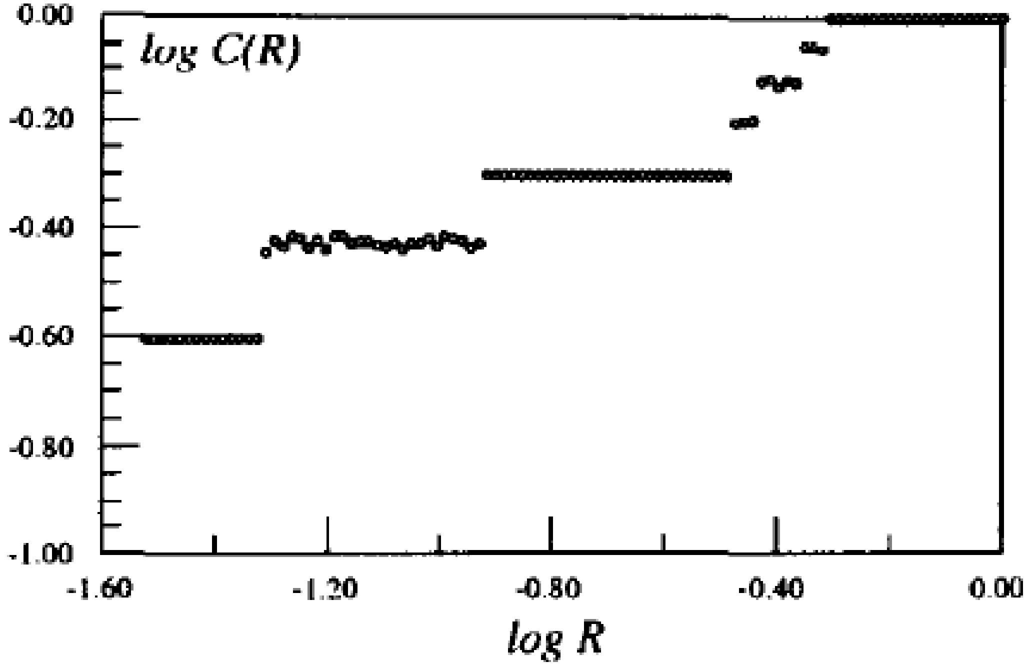
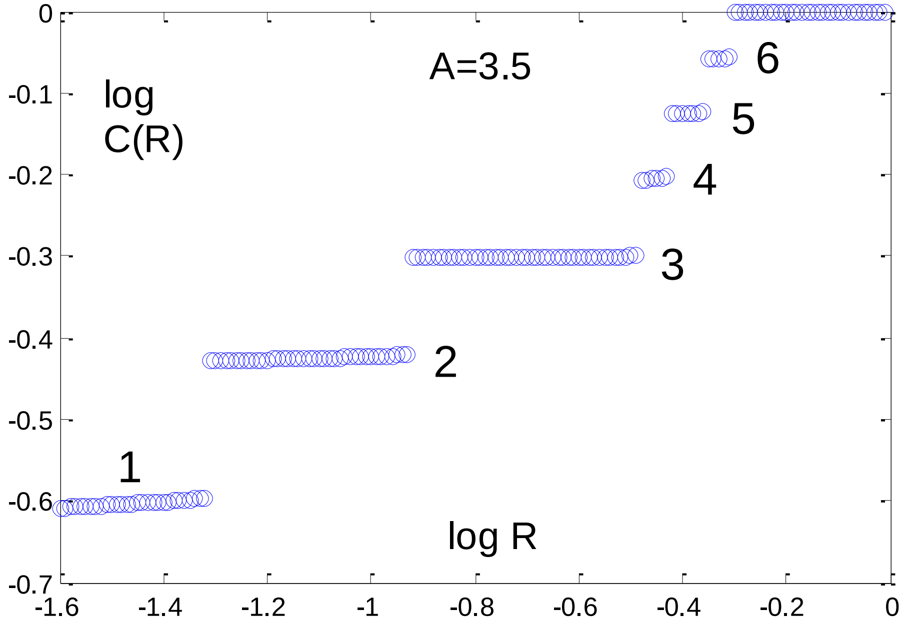
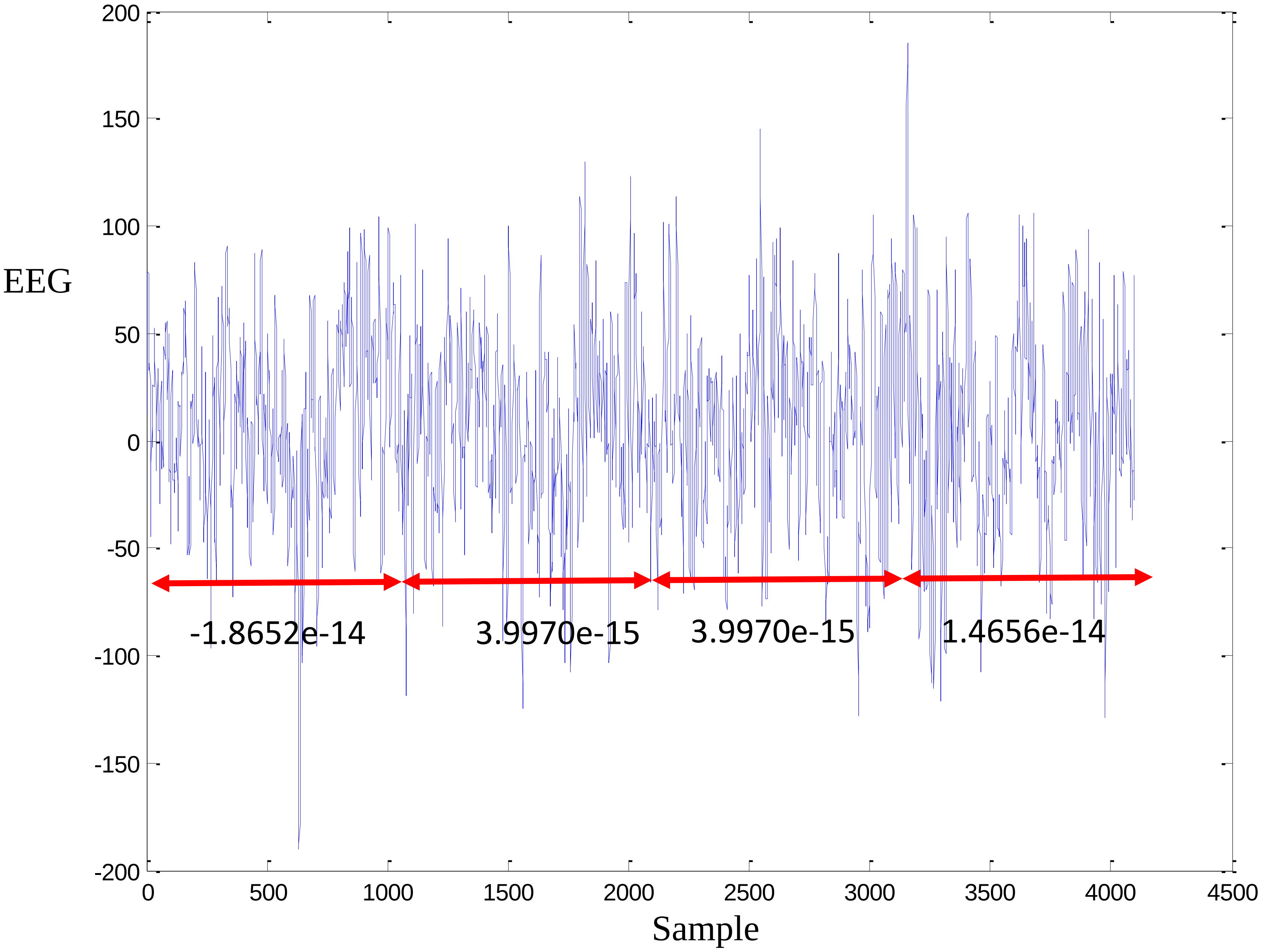
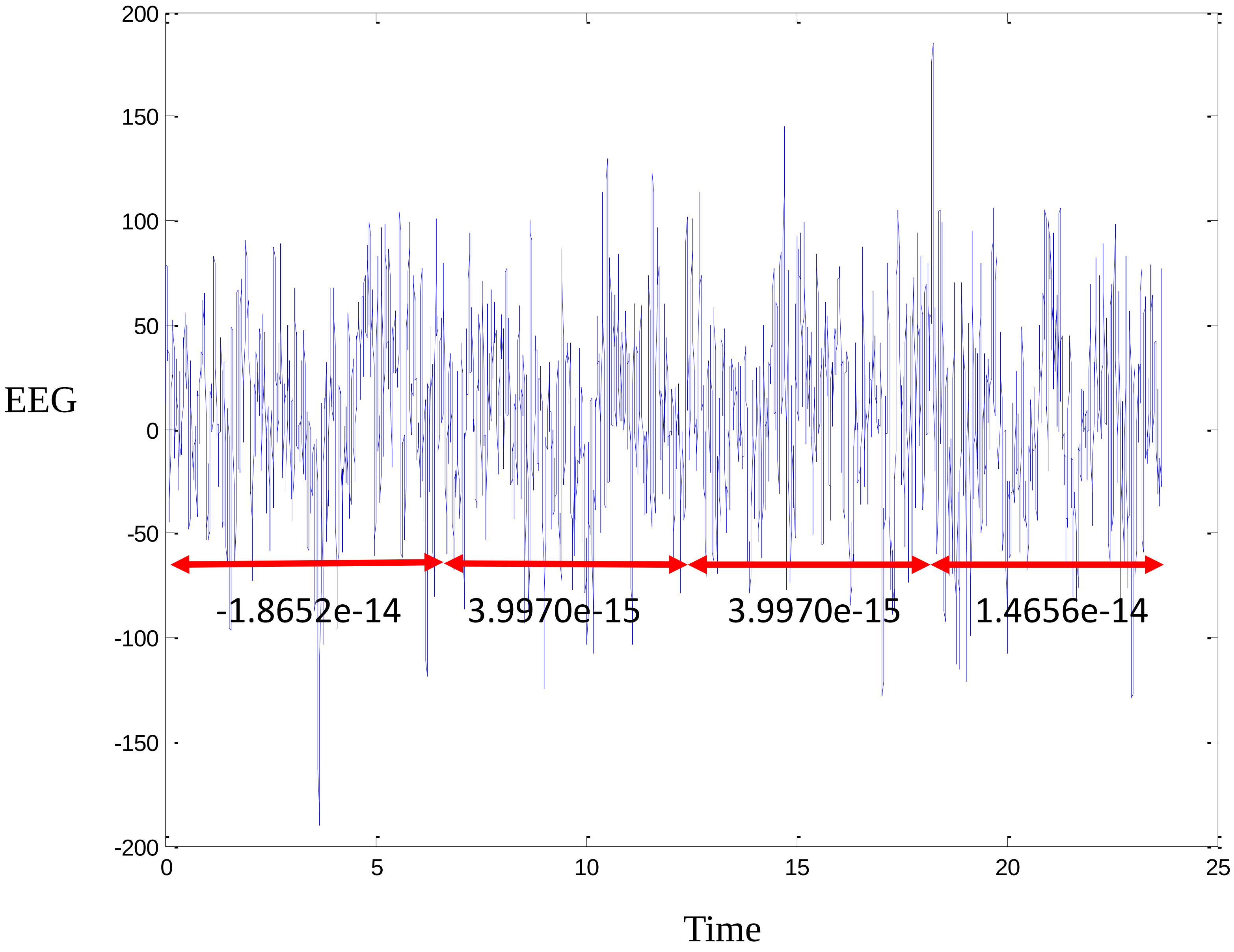


Fig. 9.12. A plot of correlation sum data for a periodic signal from the logistic map with $A = 3.5$ for which the behavior is period-4. The plot shows six distinct steps due to the distinct spacings between the period-4 data values.



Fs=173




EEG
200
150
100
50
0
-50
-100
-150
-200
0
5
10
15
20
25
-1.8652e-14
3.9970e-15
3.9970e-15
1.4656e-14
Time

بررسی یک نمونه مقاله اصلاحی به بعد همبستگی

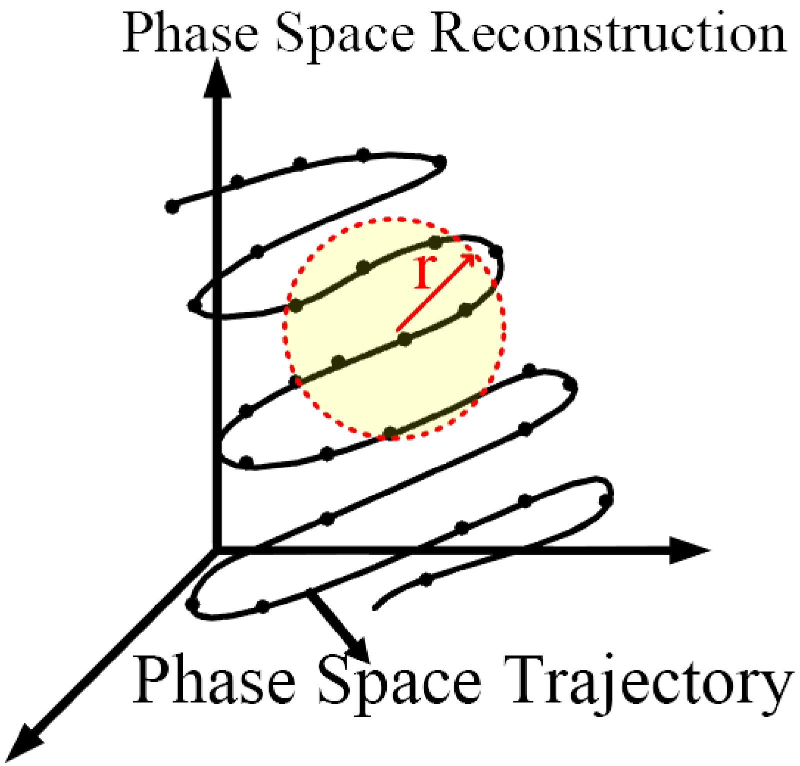
مجله مهندسی پزشکی زیستی
دوره ۱۱، شماره ۲، تابستان ۱۳۹۶، ۱۸۵-۱۶۷
شناسه دیجیتال: 10.22041/ijbme.2018.79559.1317

شناسایی تغییر الگوی دینامیک *EEG* در اختلال طیف اوتیسم مبتنی بر فضای قبض و بسط سیگنال

قاسم صادقی بجستانی[۱*]، عباس منزوی[۲]، سیدمحمدرضا هاشمی‌گلپایگانی[۳]، فرح اشرف‌زاده[۴]

[۱] استادیار، گروه مهندسی پزشکی، آزمایش‌گاه سیستم‌های سیبرنتیکی، دانشکده‌ی مهندسی، دانشگاه بین المللی امام رضا (ع)، مشهد
[۲] دانشجوی دکتری مهندسی پزشکی، گروه مهندسی پزشکی، دانشگاه شاهد، تهران
[۳] استاد، گروه بیوالکتریک، دانشکده‌ی مهندسی پزشکی، دانشگاه صنعتی امیرکبیر، تهران
[۴] استاد، گروه مغز اطفال، بیمارستان قائم (عج)، دانشگاه علوم پزشکی مشهد، مشهد

روش معمول محاسبه بعد همبستگی



مشکلات مهم بعد همبستگی:

۱- میانگین گیری

۲- عدم توجه به قبض و بسط

(صرفاً توجه به پراکندگی نقاط).

ویژگی های مهم بعد همبستگی:

۱- شمارش تعداد نقاط بجای اندزه گیری

۲-ناحیه مقیاس (Scaling Region)

$$Cm(r)=\frac{2}{(N-m+1)(N-m-w+1)}\sum_{j=mk<j-w}^{N}\sum\theta\left(r-\left|X_i-X_j\right|\right)$$

$$\theta(x)=\begin{cases}0, & x\leq 0\\ 1, & x\geq 0\end{cases}$$

فضای جدید تعریف شده:

فضای قبض و بسط که آن را Stretching-Folding Space و با اختصار SFS مینامیم.

تبدیل جدید معرفی شده:

تبدیل به فضای قبض و بسط سیگنال Stretching-Folding Space Transformation که آن را SFST مینامیم.

رفع مشکلات بعد همبستگی

۱- استفاده از فراوانی بجای میانگین گیری

۲- استفاده از قطع پوآنکاره جهت دنبال نمودن قبض و بسط

۳- توجه به چینش نقاط روی مقطع پوآنکاره (در نظر گرفتن نوار باریک بجای خط و در واقع بیضی بجای دایره)

۴- تعریف ۸ رخداد برای کمی سازی قبض و بسط ها

۵- اختصاص ۴ رخداد برای قبض و ۴ رخداد برای بسط

۶-شمارش رخدادها بجای نقاط . (**Event no point**)

منظور از فراوانی چیست؟

نسبت تعداد نقاط قطع پوآنکاره که داخل بیضی هستند، به کل نقاط واقع بر مقطع پوآنکاره

منظور از رخداد چیست؟

رخدادها از دل فراوانیها استخراج میگردند.

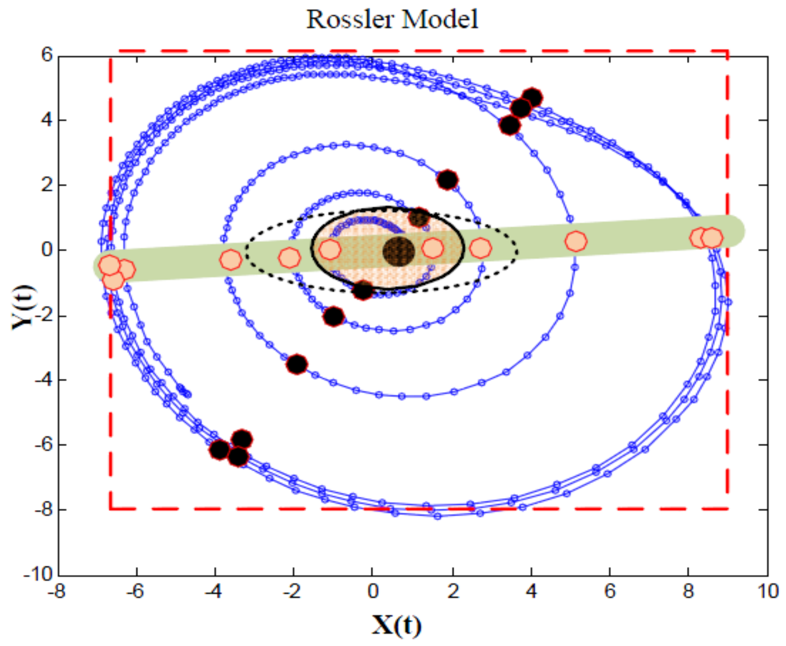
$$E = \frac{N_e}{N_p}$$

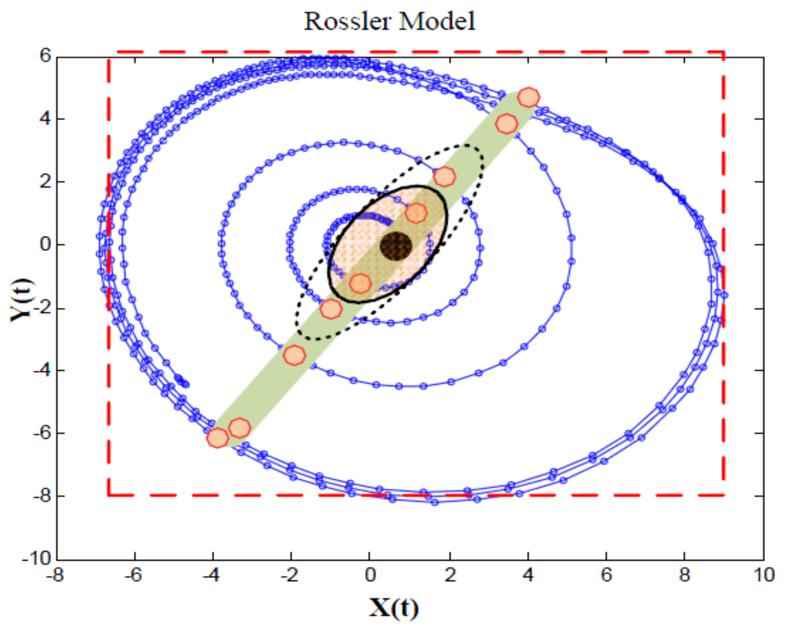
N_e تعداد نقاط داخل بیضی

N_p تعداد نقاط واقع بر مقطع پوآنکاره

$$\frac{i-1}{8} < E_i < \frac{i}{8} \qquad i = 1,2,\dots,8$$

مراحل محاسبه ضریب قبض و بسط

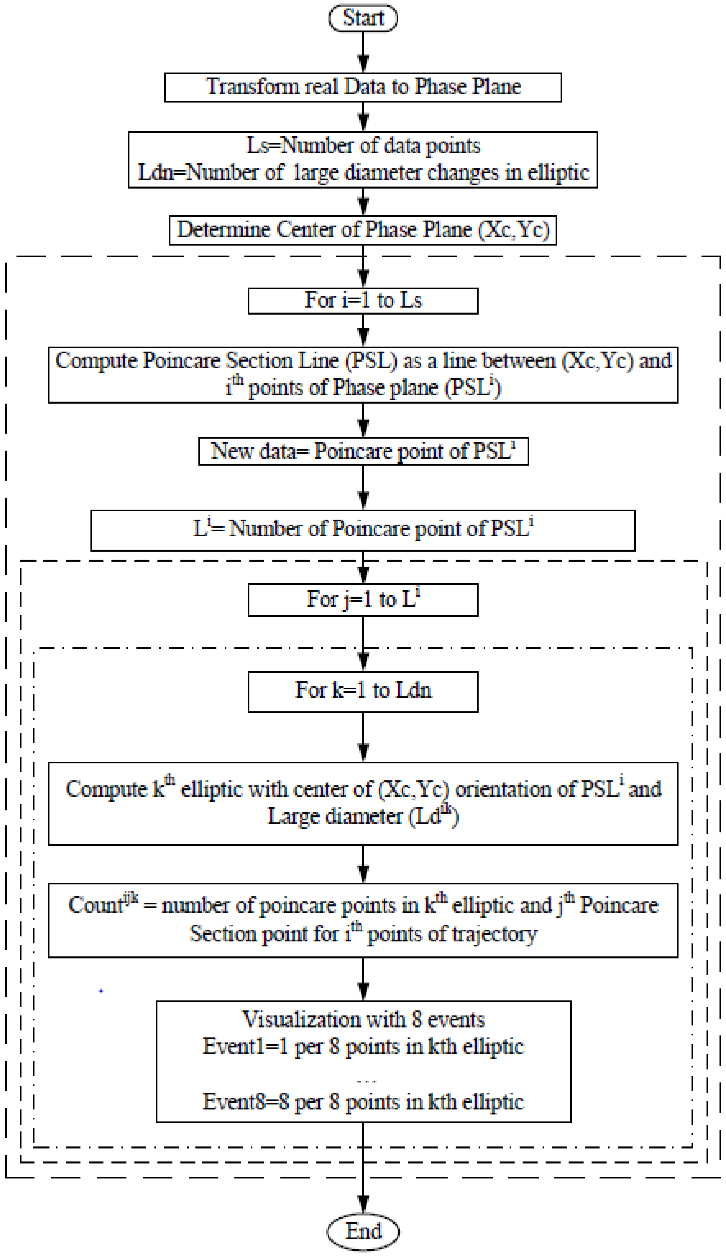


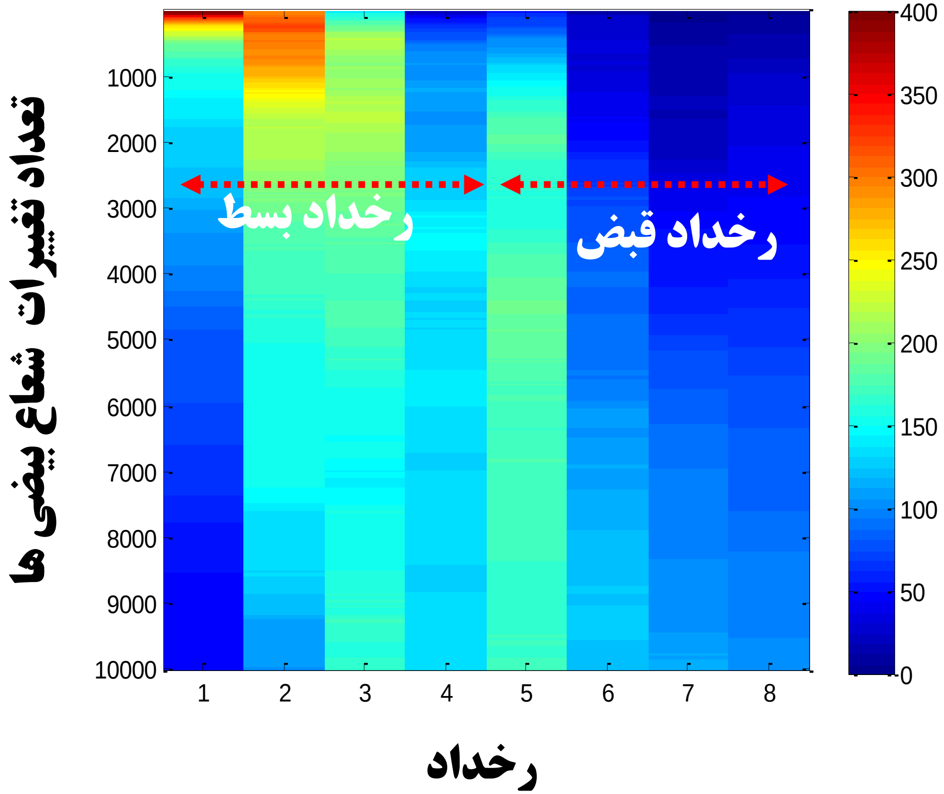


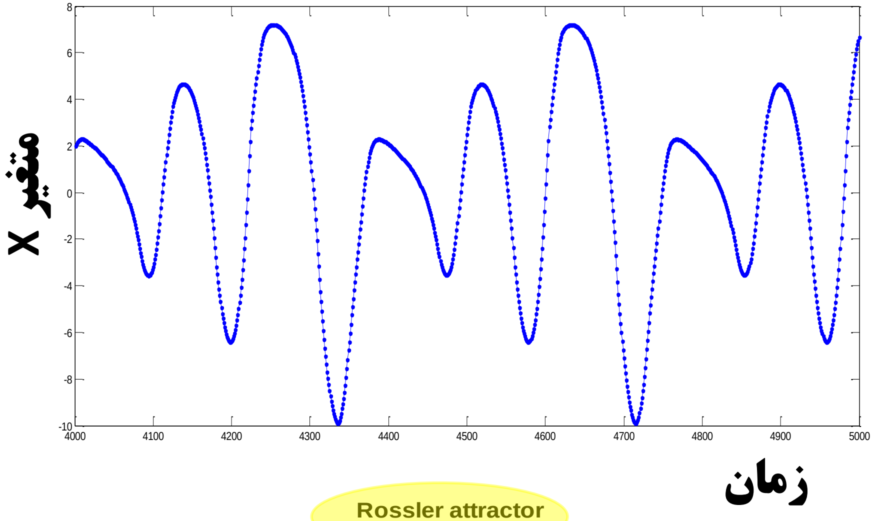
۲

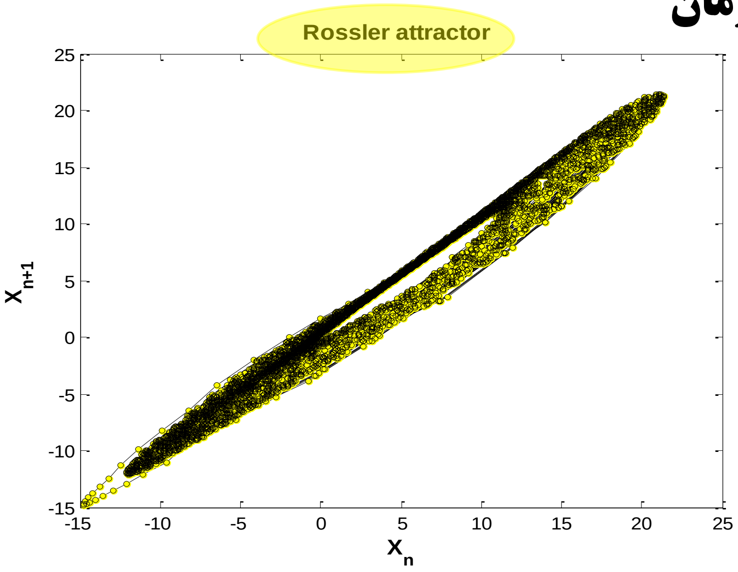
۱

علت استفاده از بیضی توجه به جهت میباشد زیرا دایره در تمام جهات یکسان اطلاعات برداشت میکند.


Start
Transform real Data to Phase Plane
Ls=Number of data points
Ldn=Number of large diameter changes in elliptic
Determine Center of Phase Plane (Xc,Yc)
For i=1 to Ls
Compute Poincare Section Line (PSL) as a line between (Xc,Yc) and i^th points of Phase plane (PSL^i)
New data= Poincare point of PSL^i
L^i= Number of Poincare point of PSL^i
For j=1 to L^i
For k=1 to Ldn
Compute k^th elliptic with center of (Xc,Yc) orientation of PSL^i and Large diameter (Ld^ik)
Count^ijk = number of poincare points in k^th elliptic and j^th Poincare Section point for i^th points of trajectory
Visualization with 8 events
Event1=1 per 8 points in kth elliptic
...
Event8=8 per 8 points in kth elliptic
End

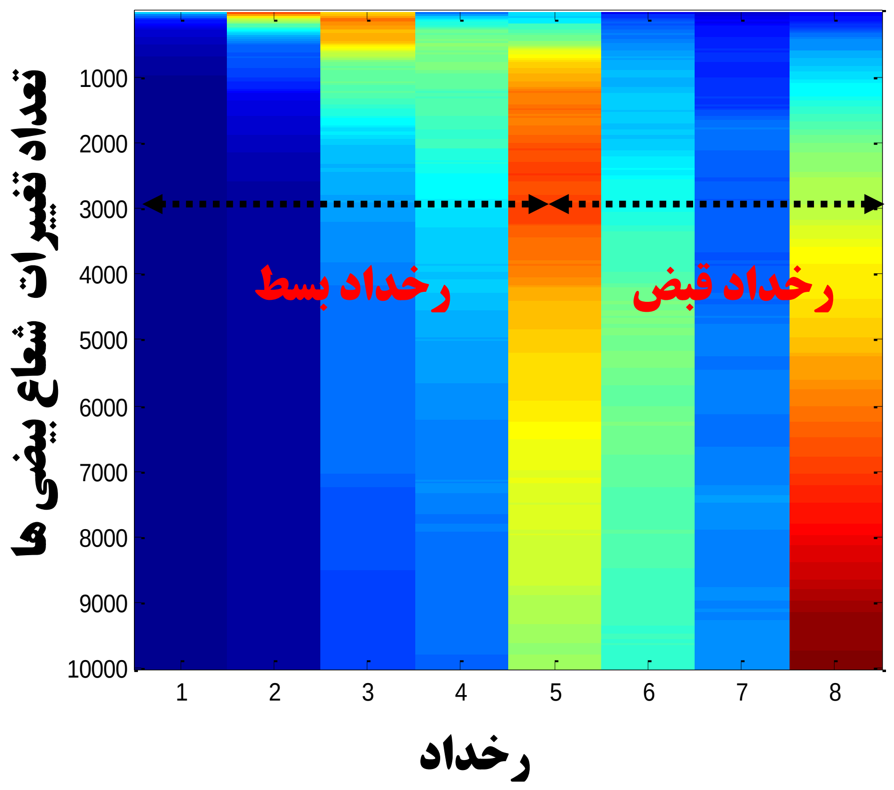

تعداد تغییرات شعاع بیضی ها
رخداد
رخداد بسط
رخداد قبض
1000
2000
3000
4000
5000
6000
7000
8000
9000
10000
1
2
3
4
5
6
7
8
400
350
300
250
200
150
100
50
0

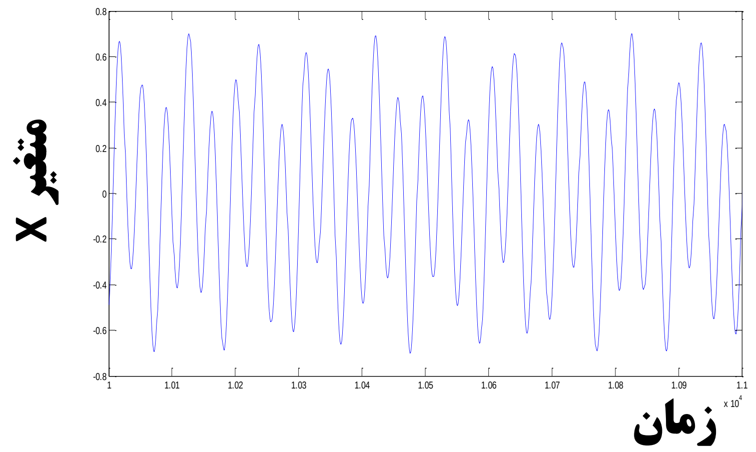

متغیر X
زمان
4000
4100
4200
4300
4400
4500
4600
4700
4800
4900
5000

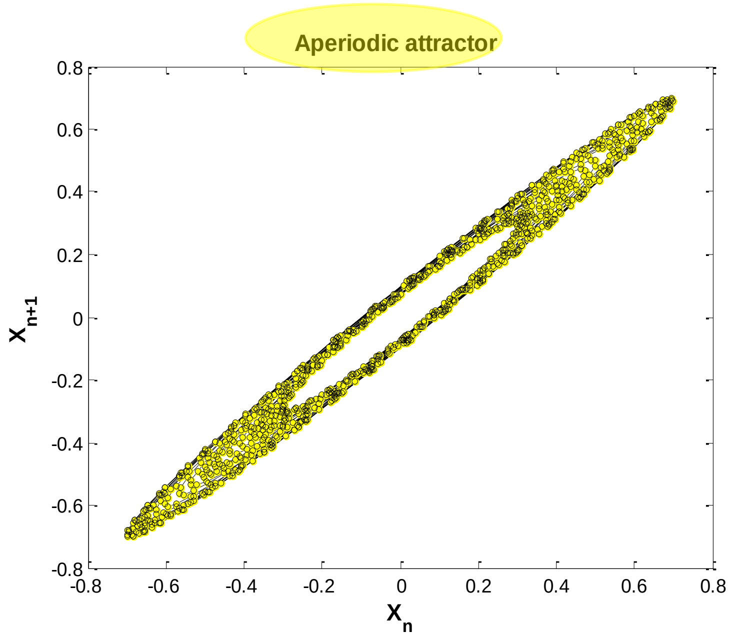

Rossler attractor
X_{n+1}
X_n
25
20
15
10
5
0
-5
-10
-15

$$x(t) = 0.2 \times \sin(2\pi f_1 t) + 0.5 \times \sin(2\pi f_2 t)$$

$$\frac{f_1}{f_2} = \sqrt{2}$$





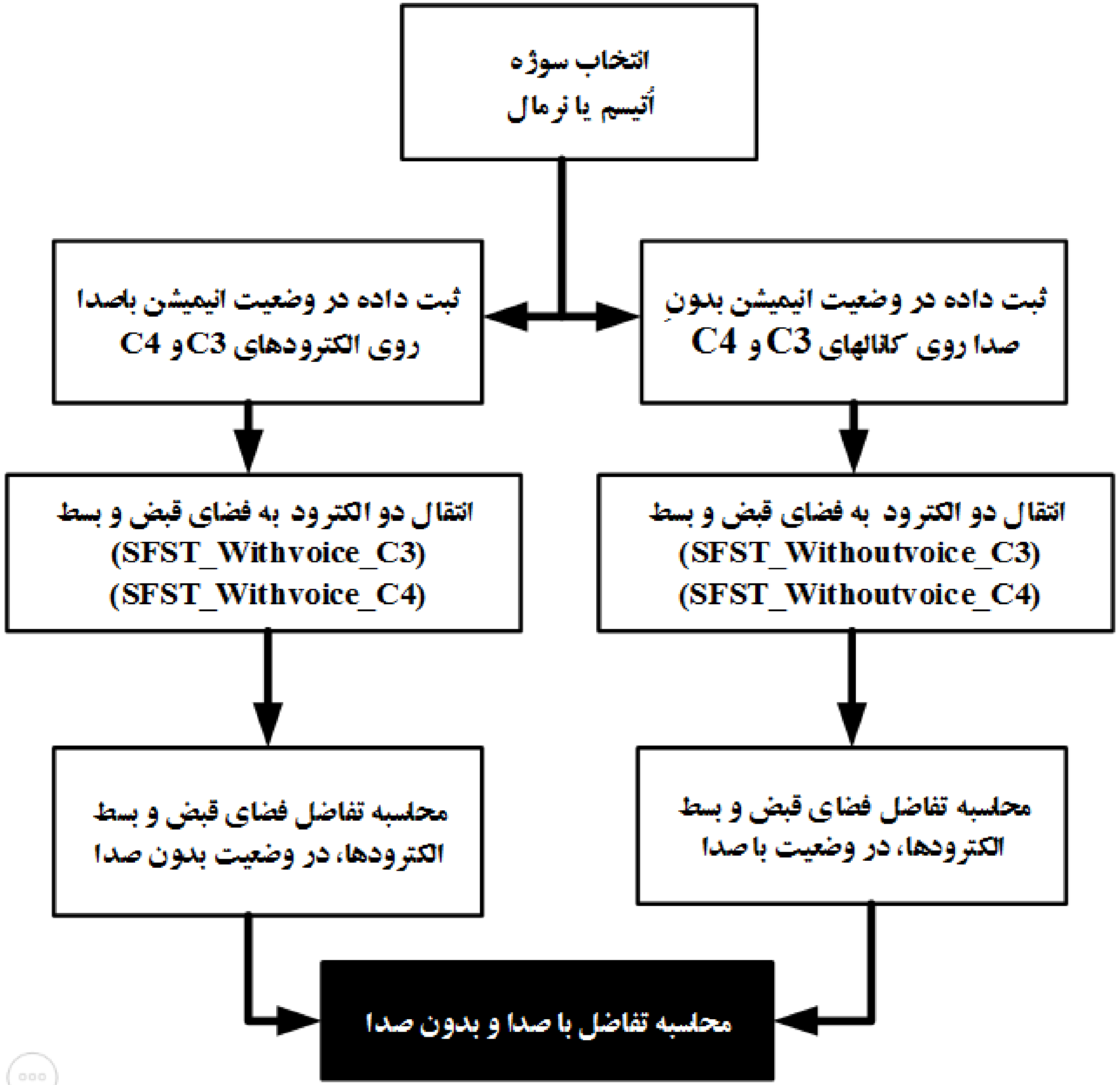


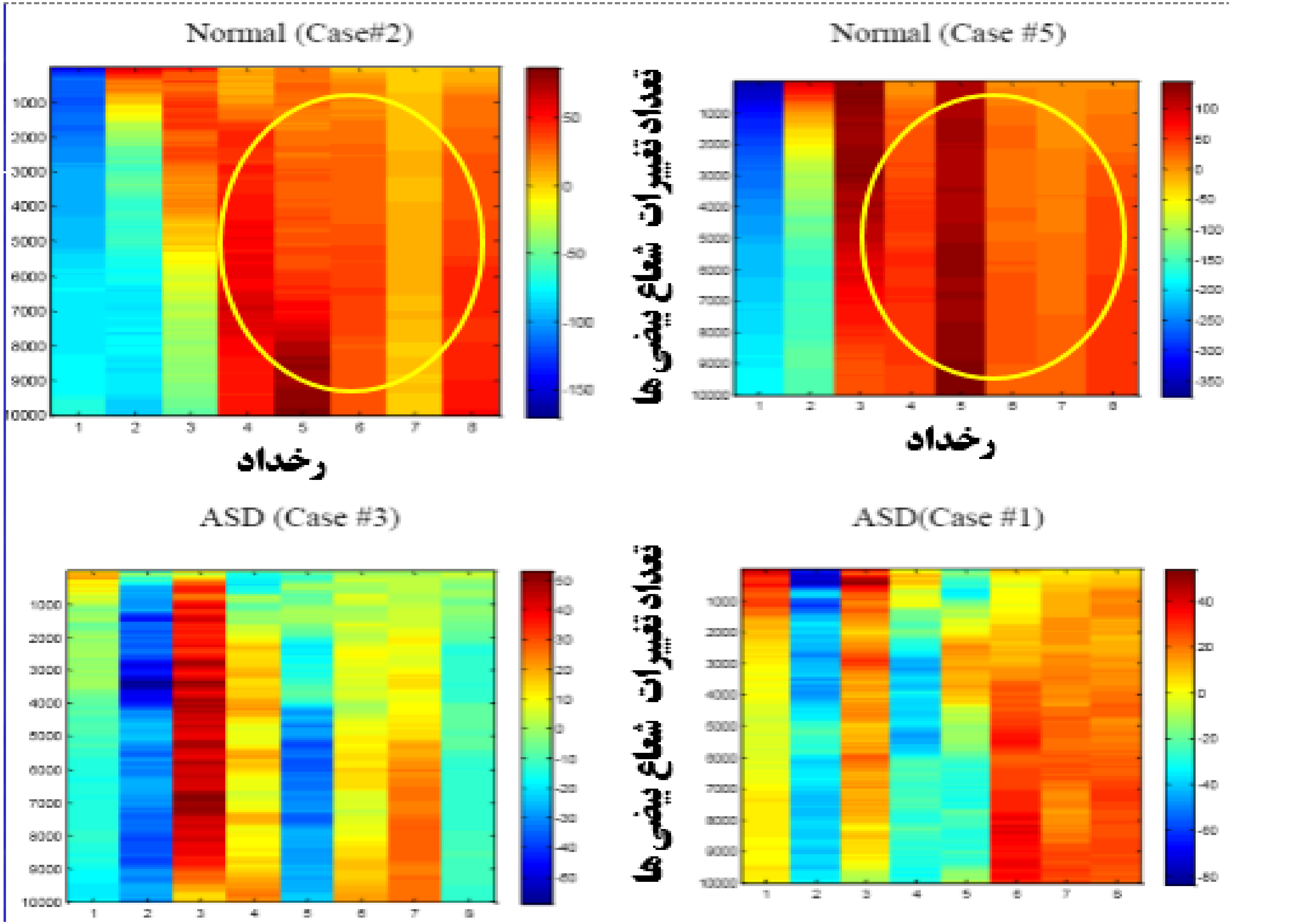
ارتباط شاخصهای SFST با دینامیک سیستم

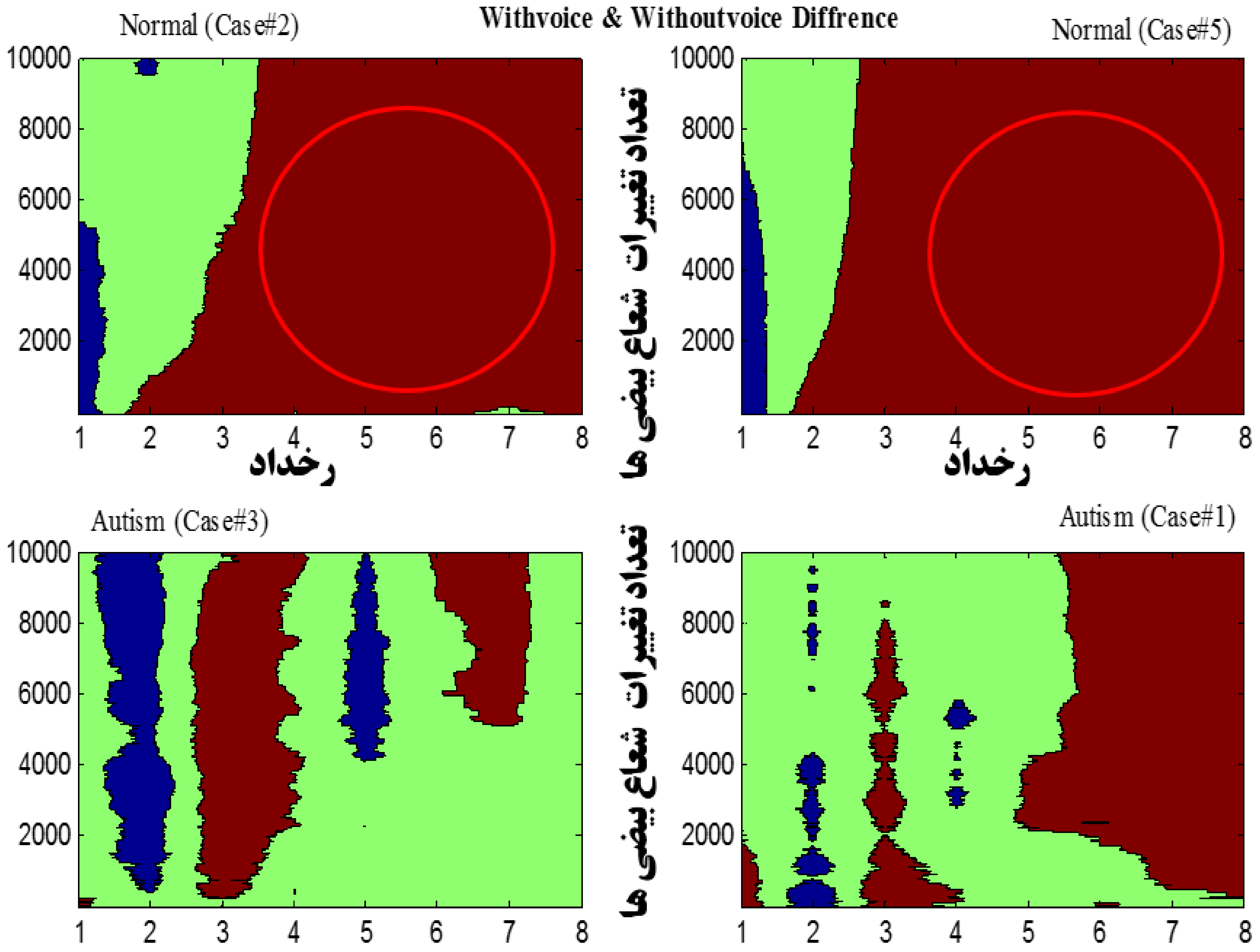
۱. در روش اخیر تمرکز بر تراژکتوری دینامیک است.
۲. نمودار فراوانی رخدادها نمایانگر تعداد رخدادهای قبض و بسط نسبت به هم است.
۳. تشخیص نوع سیستم با این روش ممکن است.
۴. تشخیص شدت آشوبناکی سیستم با این روش ممکن است.
۵. مقایسه کمی و کیفی دو سیستم آشوبی با این روش ممکن است.

انتقال به فضای SFS ابزاری مناسب برای تمرکز بر اطلاعات فارغ از دامنه مطلق است.

چگونگی اعمال فضای قبض و بسط در تشخیص ASD




Normal (Case#2)
Normal (Case #5)
رخداد
رخداد
تعداد تغییرات شعاع بیضی ها
ASD (Case #3)
ASD(Case #1)
تعداد تغییرات شعاع بیضی ها


Withvoice & Withoutvoice Diffrence
Normal (Case#2)
Normal (Case#5)
Autism (Case#3)
Autism (Case#1)
10000
8000
6000
4000
2000
1 2 3 4 5 6 7 8
رخداد
تعداد تغییرات شعاع بیضی ها

معیارهای کمی سازی آشوب

- قطع پوآنکاره (Poincaré Section)
- نمای لیاپانوف (Lyapunov Exponent)
- بعد همبستگی (Correlation Dimension)
- بعد فرکتال (Fractal Dimension)
- آنتروپی (Entropy) ؟

آدمی کَندر طریق معرفت ایمان ندارد
شخص انسان دارد و شخصیت انسان ندارد
ای که مغروری به دانش، دانشت را بیشتر کن
تا بدانی هیچ ارزش علم بی ایمان ندارد
گرچه در علم است دریا مرد بی دین روز بحران
کشتی نوح است لیکن طاقت طوفان ندارد

پیشاپیش عید سعید فطر را بر همه محققان مبارک باد

معرفی یک کتاب مهم در درک مفاهیم کمی سازی آشوب